MATEMÁTICAS I

UNIDAD 4

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

ACTIVIDAD

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2×2

ACCIÓN 1

MODELACIÓN CON SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

ACCIÓN 2

MÉTODOS TABULARES Y GRÁFICOS PARA RESOLVER UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

ACCIÓN 3

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

ACCIÓN 4

SISTEMA DE TRES ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS

ACCIÓN 5

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA SISTEMA DE TRES ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS

ACCIÓN 1

MODELACIÓN CON SISTEMAS DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Objetivo: el alumno debe aprender a construir el sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas correspondiente a una situación real.

> **AL ESTUDIANTE:** vas a introducirte a la noción de sistema de ecuaciones lineales en dos incógnitas, para lo cual retomarás situaciones que analizaste en la unidad pasada. Para ello lo que ya tradujiste a una ecuación lineal con una incógnita lo vas a reformular a un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Avanzando en el estudio de los significados del concepto "ecuación lineal", lo desarrollaremos ahora en dos incógnitas **x** y **y** que se presentan simultáneamente en dos ecuaciones.

Analicemos el siguiente problema:

He comprado un cuaderno que costaba \$34 y para pagarlo he utilizado catorce monedas, unas de \$2 y otras de \$5. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Trabajemos en el problema, escribe en la siguiente tabla el número de monedas posibles de cada denominación.

Monedas de \$2														
Monedas De \$5														

Observa que tenemos una cantidad considerable de opciones. ¿Cómo saber cuál es la solución al problema? Considera la siguiente tabla.

Monedas de \$2														
Monedas De \$5														
Costo Total														

Puedes decir, ¿Cuántas monedas de cada denominación se han utilizado? Escribe tus resultados:

Monedas $2 ______________ Monedas $5 _____________

¿Quiénes son las dos incógnitas del problema?

Incógnitas: **x** = "____________________" , **y** = "_____________________"

Observa que para poder resolver el problema se cumplieron dos relaciones (condiciones). Escríbelas en términos de x; y.

Primera ecuación: ________________ Segunda ecuación: ___________________

> Un *sistema de ecuaciones* es el conjunto de ecuaciones en los que tenemos como mínimo dos incógnitas y dos ecuaciones.

Por tanto, el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

Comencemos por ver que varios de los problemas que trabajamos en la unidad anterior con una ecuación lineal en una incógnita también pueden ser modelados con un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Las estrategias para hacer esto son las mismas que las que has empleado en la unidad anterior.

Ejemplo 1. La edad del papá de Juan es el triple de la edad de Juan y sumadas ambas edades nos da 60. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

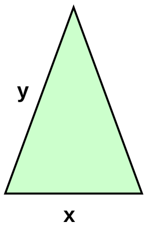
Para construir el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, empezamos por reconocer que hay dos incógnitas: **x** = "la edad de Juan" y **y** = "la edad del papá de Juan". "La edad del papá de Juan es el triple de la edad de Juan" es la primera relación entre las dos incógnitas que nos menciona el problema, al traducirla al lenguaje algebraico obtenemos **y** = 3**x** que es la primera ecuación y la segunda relación nos da la segunda ecuación **x** + **y** = 60. Por tanto, el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

$$\mathbf{y = 3x}$$
$$\mathbf{x + y = 60}$$

Ejemplo 2. El peso de Oliver Hardy es el doble del peso de Stan Laurel y la suma de sus pesos es 159 kilogramos. ¿Cuál es el peso de cada uno?

Las dos incógnitas son **x** = “el peso de Hardy” y **y** = “el peso de Laurel”; la primera ecuación **x** = 2**y** se obtiene con la primera relación entre los pesos y la segunda relación nos da la ecuación **x** + **y** = 159. Por tanto, el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es

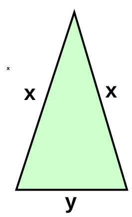
$$\mathbf{x = 2y}$$
y $$\mathbf{x + y = 159}$$



Ejemplo 3. En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales mide 6 cm más que la base. Si sabemos que el perímetro del triángulo mide 48 cm. ¿Cuál será la longitud de cada uno de sus lados?
Las incógnitas son **x** = “longitud de la base” y **y** = “longitud de cada lado”; **y** = **x** + 6 es la ecuación que relaciona los lados mientras que **x** + 2**y** = 48 es la ecuación que se obtiene con el dato del perímetro. Por tanto, el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

y = x + 6 (1) **x + 2y = 48** (2)

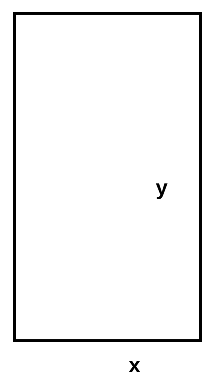
Construye el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas si ahora **x** = “longitud de cada lado igual” y **y** = “longitud de la base”. Escríbelo a continuación:



______________ (1) ______________ (2)

A partir de aquí tú vas a construir el sistema de ecuaciones en cada problema.

Ejemplo 4. A Noemí le heredaron un terreno de forma rectangular el testamento dice que el terreno tiene de largo el doble del ancho y que el perímetro es de 90 metros ¿Cuáles son las dimensiones del terreno?



Incógnitas:**x**=“____________________”, **y**= “_____________________”

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

______________ (1) ______________ (2)

Ejemplo 5. Silvia tiene el doble de años de Luís, más 3. Si la edad de Silvia menos la edad de Luis da como resultado 10, ¿cuántos años tiene cada uno?

Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_____________ (1) _____________ (2)

Ejemplo 6. Para una fiesta de graduación de estudiantes de bachillerato de un colegio se vendieron 405 boletos. Los boletos en preventa tuvieron un costo de \$150 y el día del evento costaron \$200. Si el total recaudado fue de \$68,000, ¿cuántos boletos se vendieron en preventa?

Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_____________ (1) _____________ (2)

Ejemplo 7. Al ingresar al CCH se te aplicó el EDI (examen diagnóstico de nuevo ingreso) en Matemáticas el cual contiene 30 preguntas; por cada una de las que contestaste correctamente se te dieron cinco puntos y si la respuesta fue incorrecta o no contestada se te quitaron dos puntos. Si 94 fue tu puntuación, ¿cuántas preguntas contestaste correctamente?

Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_____________ (1) _____________ (2)

Ejemplo 8. Una tienda agropecuaria vende fertilizante líquido con la concentración de nitrógeno según las necesidades del suelo o los recursos económicos del comprador. La tienda tiene el producto en dos mezclas, una al 5% que es la mínima cantidad que debe aplicarse y la otra al 15% que es la máxima que se le puede agregar al suelo.

a) Si un cliente solicita 10 litros al 9%, ¿cuántos litros de cada mezcla deben ponerle al envase?

Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_______________ (1) _______________ (2)

b) Si piden 20 litros al 12%, ¿cuántos litros de cada solución deben envasar?

Incógnitas: **x** = "_______________________", **y** = "_______________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_______________ (1) _______________ (2)

Ejemplo 9. Por una urgencia una persona que necesita $40,000 acude a una casa de préstamos que le ofrece dos opciones: la tipo A presta al 15% de interés para pagar en un plazo de dos meses y la opción B presta al 25% de interés para pagar en un plazo de cuatro meses. Ella sabe que va a disponer de $47,000 pero también sabe que no contará con todo este dinero en un plazo de dos meses, así que investiga cuánto debe de pedir en el plan A para saldar su deuda con seguridad en el plan A. Con eso va a saber cuánto deberá pagar en el plan B después. ¿Cuánto debe pedir y cuánto tendrá que pagar en el plan A? ¿Y cuánto debe pagar en el plan B?

Incógnitas: **x** = "_______________________", **y** = "_______________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_______________ (1) _______________ (2)

Ejemplo 10. En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas de ambos animales resultan ser 50, si las patas se cuentan en total son 134. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos son?

Incógnitas: **x** = "_______________________", **y** = "_______________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_______________ (1) _______________ (2)

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

Establece el sistema de ecuaciones correspondiente para los siguientes problemas

1. Dos kilos de plátano y tres de pera cuestan \$78, cinco kilos de plátano y cuatro kilos de pera cuestan \$125. ¿Determina el costo por un kilo de plátano y un kilo de pera?

2. José trabaja en un OXXO y al final de su turno entrega un informe con el número de producto vendido y solo le falta determinar la cantidad de refresco, la computadora marca que se vendieron 166 refrescos unos a \$9 y otros a \$15. ¿Cuántos refrescos se vendieron de cada precio si el total de la venta de refrescos fue de \$2010?

3. Susana tiene dos hijos pequeños y en su paseo por el mercado les compró varios regalos al más grande le compró 2 playeras y dos botes de canicas por \$172 y a su hijo más pequeño le compro una playera (del mismo precio) y dos botes de canicas por \$122. Determina el costo de cada playera y de cada bote de canicas.

4. María y Juan venden bicicletas y triciclos. Juan necesita saber ¿Cuántos productos hay en la bodega? Al revisar los registros se da cuenta que, en el inventario del mes, María registró 50 pedales y 64 ruedas en la bodega. Respondan la pregunta analizando los datos que obtuvo Juan.

Fernanda recibe \$1500 en su cuenta que la ha depositado su hijo que se encuentra en Estados Unidos si tienen \$1500 en 19 billetes de \$50 y \$100. ¿Cuántos billetes son de \$50 y cuántos billetes son de \$100?

FIN DE LA ACCIÓN

ACCIÓN 2

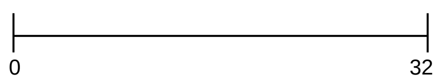
MÉTODOS TABULARES Y GRÁFICOS PARA RESOLVER UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Objetivo: el alumno debe aprender a usar tablas y gráficas para explorar la solución de un problema que se modela con un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistema 2×2) e identificar compatibilidad e incompatibilidad, así como sistemas equivalentes.

> **AL ESTUDIANTE:** vas a desarrollar tus capacidades intuitivas para trabajar problemas que se modelan con sistemas de ecuaciones lineales, elaborando tablas y gráficas. Se trata de que aprendas los significados de los conceptos fundamentales de los sistemas de ecuaciones.

Ejemplo 1. ¿Cuál es el área de un rectángulo sabiendo que el perímetro mide 32 cm y la base es el triple de la altura?

Haz mentalmente operaciones aritméticas y di cuál es el área del rectángulo _______ (el segmento de 0 a 32 puede ayudarte en tu razonamiento).



Si las variables son **x** = "la altura del rectángulo", **y** = "la base del rectángulo", entonces el sistema de ecuaciones es:

_______________ (1) _______________ (2)

Otra forma de buscar la solución es por medio de "ensayo y error" llevado a cabo con un registro tabular de cada una de las dos ecuaciones que componen el sistema.

Llena la siguiente tabla con los valores de la variable **y** que dan la solución de la ecuación (1) para los valores de la variable **x** que allí se estipulan:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y															

Con base en la ecuación (2) del sistema llena la siguiente tabla.

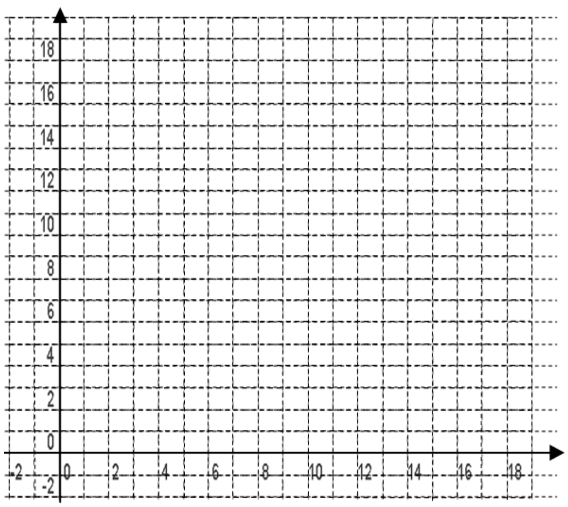
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y															

La solución del sistema 2×2 se da cuando los mismos valores de **x** y de **y** son solución de ambas ecuaciones, es decir cuando en una columna de ambas tablas coinciden los mismos valores de **x** y **y**.

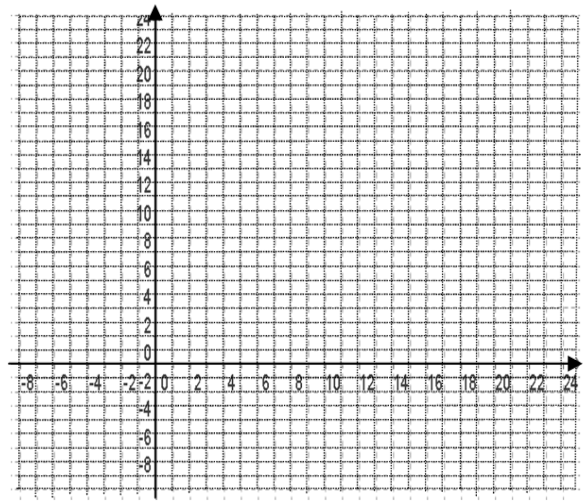
Analiza las dos tablas y di qué columna corresponde a la solución del problema _____, escribe los valores de las incógnitas que proporcionan la solución del sistema de ecuaciones **x** = _____, **y** = _____.
Para analizar la solución del problema mediante un registro gráfico, elabora la gráfica correspondiente a cada una de las dos tablas anteriores en la gráfica 1.

Las ecuaciones del sistema son 2**x** + 2**y** = 32 y **y** = 3**x.** Al abstraer este sistema del problema específico que está modelando obtenemos las dos ***funciones lineales*** siguientes, f(**x**) = -**x** + 16 y g(**x**) = 3**x**. Dibújalas en la gráfica 2.

Gráfica 1



Gráfica 2



Como podrás observar, tanto en las gráficas del sistema de ecuaciones del problema (gráfica 1) como en las gráficas de las funciones lineales (gráfica 2) *el punto de intersección* (4 , 12) es la solución del sistema 2×2.

¿Cuál es tu respuesta a la pregunta del problema? ______________________.

Ejemplo 2. En una familia se sabe que entre el abuelo materno y el nieto más pequeño tienen 68 años y que el abuelo es 60 años más grande que su nieto. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

Identifiquemos las incógnitas o variables así: **x** = “edad del nieto”, **y** = “edad del abuelo”. Haciendo operaciones mentales resuelve aritméticamente este problema y escribe la solución **x** = ____ **y** = ____.

Vamos a buscar la solución por medio del ensayo y error, mediante un método llevado a cabo con un registro tabular de cada una de las dos ecuaciones que componen el sistema; veamos, ¿cuál es la primera condición en el enunciado del problema con la cual construimos la primera ecuación? ______________________, la traducción de esta condición al lenguaje algebraico nos da la ecuación ________________.

Ahora llena la siguiente tabla con los valores de la variable **y** que dan la solución de la ecuación para los valores de la variable **x** que allí se estipulan:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

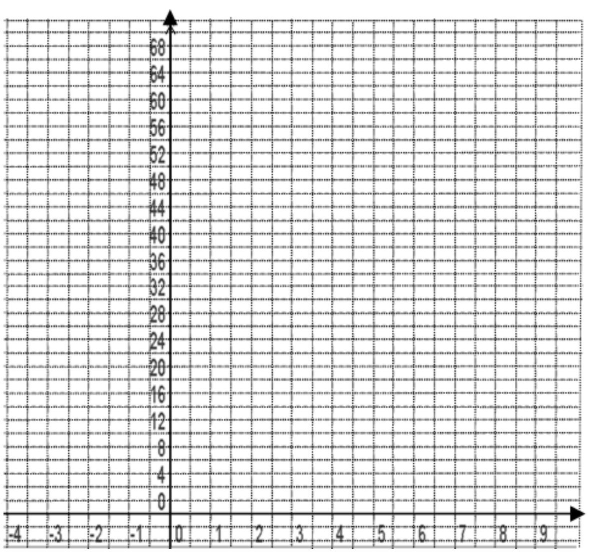
Escribe la segunda condición que tiene el enunciado del problema y la ecuación a que da lugar: condición __________________________________, ecuación ______________, llena la siguiente tabla relativa a esta segunda ecuación del sistema.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y									

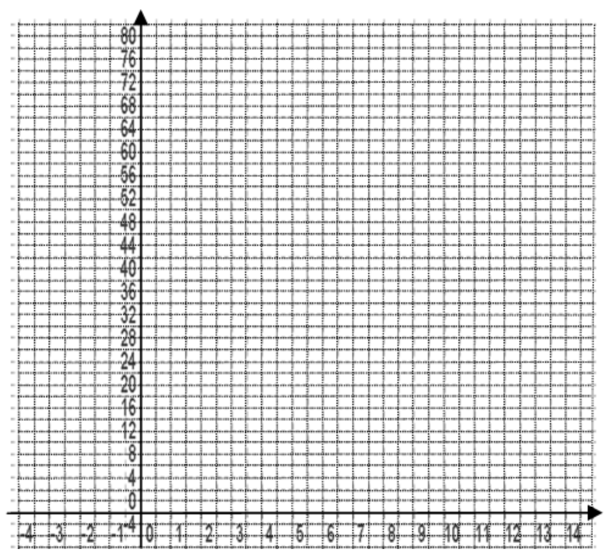
Analiza las dos tablas y di que columna corresponde a la solución del problema _____, escribe los valores de las edades del abuelo y el nieto ________ y _______.

Analicemos la solución mediante un registro gráfico, en la gráfica 3 dibuja los puntos de las dos tablas anteriores diferenciándolos con colores o con puntos gruesos para la primera tabla y con cruces para la segunda tabla.

Gráfica 3



Gráfica 4



Debido a que las edades se dan en años cumplidos, las gráficas de las dos ecuaciones **x** + **y** = 68 y **y** = **x** + 60 que modelan este problema se elaboran *a base de puntos aislados* (gráficas puntuales discretas) mientras que si abstraemos este modelo entendiéndolo como dos funciones lineales, f(**x**) = -**x** + 68 para la primera ecuación y g(**x**) = **x** + 60 para la segunda, la representación geométrica corresponde a dos líneas rectas. Dibújalas en la gráfica 4.

Como podrás observar, tanto en las gráficas por puntos del sistema de ecuaciones (gráfica 3) como en las gráficas de las funciones lineales (gráfica 4) el punto de intersección de las gráficas (4 , 64) es la solución del sistema de ecuaciones, mismas que nos dicen cuáles son las edades del nieto y del abuelo.

Ejemplo 3. En el primer día de clases una compañía papelera ha regalado dos bolígrafos a cada alumna y un cuaderno por alumno a los 25 estudiantes de un grupo de Matemáticas I. En total registraron 40 artículos regalados, ¿cuántos alumnos y cuántas alumnas hay en dicho grupo?

Resuelve aritméticamente este problema: hay ______ alumnas y ______ alumnos. Identifica las incógnitas **x** = "____________________" **y** = "_____________________", construye las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema, escríbelas:

_______________ (1) _______________ (2)

Utiliza las siguientes tablas dando valores en forma razonada a la variable **x** para que explores qué valores de **x** y **y** son la solución del problema.

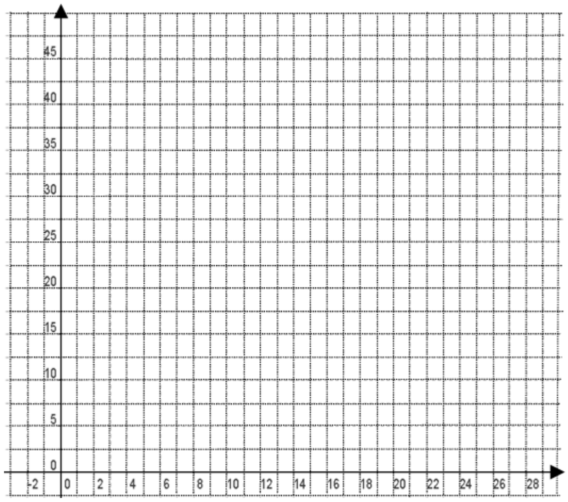
X											
Y											

X											
Y											

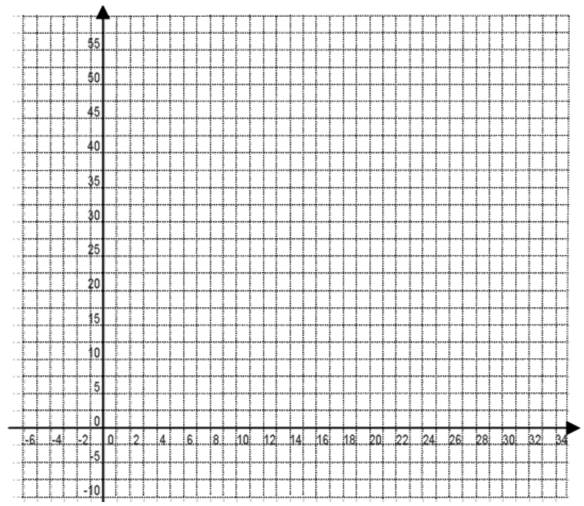
Analiza las tablas y da la solución del sistema de ecuaciones **x** = ____, **y** = ____.

Ahora corrobora la solución que hallaste en forma aritmética y en forma tabular, dibujando en la gráfica 5 el modelo puntual relativo a las dos tablas y en la gráfica 6 las respectivas funciones lineales.

Gráfica 5



Gráfica 6



Ejemplo 4. Un profesor el primer día de clases pidió a sus alumnos el material didáctico de Matemáticas con un costo de $45 y de Taller de Cómputo que vale $15, ambos se venden en la folletería. Ese día se reportó una venta de 20 ejemplares de ambas materias por $660. ¿Cuántos ejemplares de cada materia se vendieron en dicho día?

Identifica las incógnitas **x** = “____________________” **y** = “_____________________”, construye las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema, escríbelas:

_______________ (1) _______________ (2)

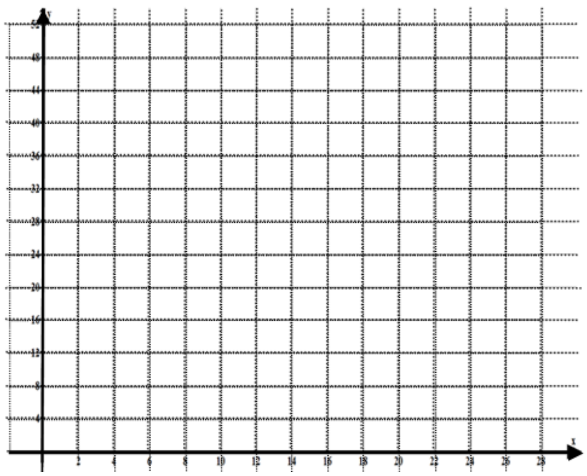
Utiliza las siguientes tablas para que explores en forma razonada qué valores de **x** y **y** son la solución del problema.

X											
Y											

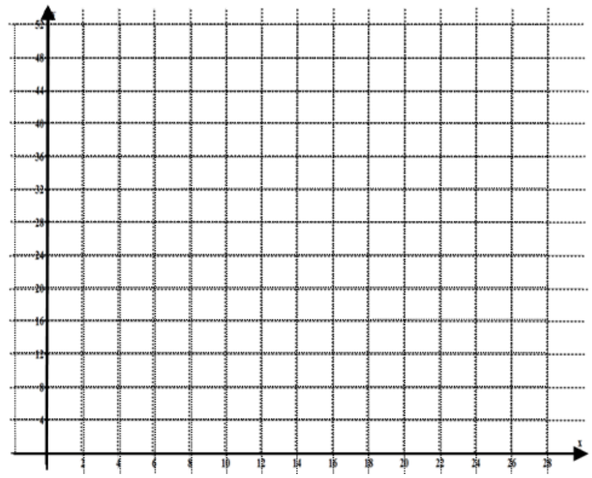
X											
Y											

De nuevo haz las gráficas puntuales correspondientes al sistema de ecuaciones y las de las funciones lineales que se generalizan en las gráficas 7 y 8 respectivamente

Gráfica 7



Gráfica 8



Ejemplo 5. La señora Guadalupe y su comadre Juana fueron a la Central de Abastos a surtir su despensa. En la tienda de abarrotes Lupita pagó $80 por 4 kilos de arroz y 2 litros de aceite, mientras que Juanita por 2 kilos de arroz y 4 litros de aceite pagó $100. ¿A cómo están el kilo de arroz y el litro de aceite en dicha tienda?

Identifica las incógnitas **x** = "____________________" **y** = "______________________", construye las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema, escríbelas:

________________ (1)   ________________ (2)

En las siguientes tablas asigna valores en forma razonada a **x** para que investigues los valores de **x** y de **y** que son la solución del problema.

x										
y										

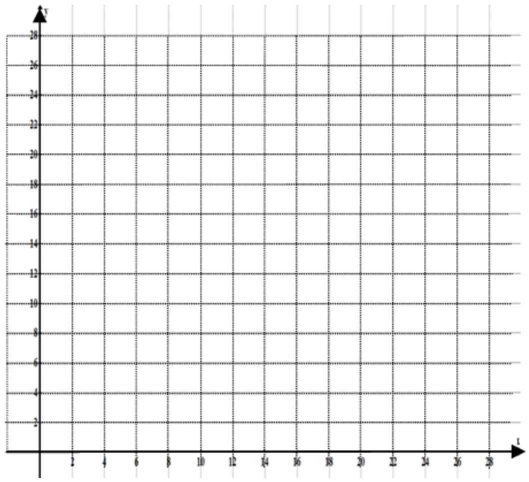
x										
y										

Analiza las tablas y da la solución del sistema de ecuaciones **x** = ____, **y** = ____.

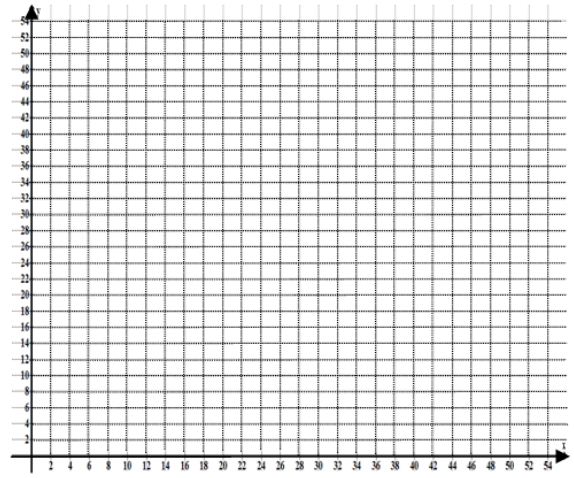
Comprueba tu solución dibujando en la gráfica nueve el modelo relativo a las dos tablas y en la gráfica diez las funciones lineales que se generalizan del sistema 2×2.

En la gráfica 9, ¿las gráficas referentes a las tablas son puntuales (discretas) o deben dibujarse con trazos continuos? Explica tu respuesta ____________________
____

Gráfica 9



Gráfica 10



AL ESTUDIANTE: vamos a desarrollar un problema en el que podrás darte cuenta de que el método de tabulación y graficación no es eficaz.

Ejemplo 6. Una fábrica de detergentes ofrece un producto líquido en dos grados de concentración. Uno de ellos (producto A) contiene 12% de materia activa y el otro (producto B) 30% de materia activa. ¿Cuántos litros de cada producto deben mezclarse para producir 50 litros con una concentración al 20% de materia activa, solicitada por una lavandería?

Las incógnitas o variables son **x** = “litros de la solución al 12%” y **y** = “litros de la solución al 30%”; las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema son:

$\mathbf{x} + \mathbf{y} = 50 \qquad (1) \qquad\qquad 0.12\mathbf{x} + 0.30\mathbf{y} = 0.20(50) \qquad (2)$

En las siguientes tablas asignamos en forma razonada valores a **x** para calcular los valores de **y** correspondientes a cada ecuación. Para efectuar estos cálculos de **y** despejamos dicha variable en cada una de las dos ecuaciones y nos queda

$\mathbf{y} = 100 - \mathbf{x} \qquad (1) \qquad\qquad \mathbf{y} = \frac{100}{3} - 0.4\mathbf{x} \qquad (2)$

Sustituyendo el valor de **x** en cada ecuación llenamos las tablas que siguen

x	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
y	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20

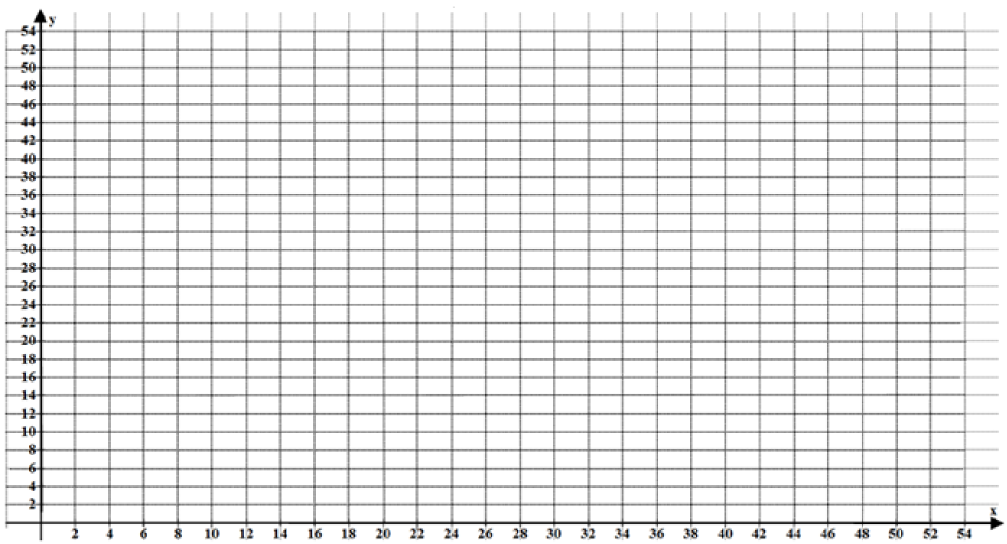
x	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
y	25.33	24.93	24.53	24.13	23.73	23.33	22.93	22.53	22.13	21.73	21.33

En esta ocasión no encontramos una columna con los mismos valores en ambas tablas. La columna donde se ve menos discrepancia en los valores de **y** en las dos tablas corresponde a **x** = 28 con **y** = 22 en la primera tabla y **y** = 22.13 en la segunda, es decir hay una diferencia de 0.13 entre estos valores, le sigue la columna con **x** = 27, en donde la discrepancia entre las **y** es de 0.47, para **x** = 29 la discrepancia de las **y** es de 0.73. Por tanto, la solución más aproximada en este caso corresponde a **x** = 28 litros del producto A y **y** = 22 litros del producto B.

Aunque podemos aproximarnos aún más a la solución, si hacemos una tabla con valores de **x** entre 27 y 28, el proceso sería muy laborioso y seguiría persistiendo la diferencia. En la siguiente acción vamos a trabajar con métodos algebraicos de solución que nos darán el valor exacto que buscamos.

Con este ejemplo hemos visto que el método de tabulación tiene sus limitaciones para hallar la solución, en consecuencia, el método gráfico también es insuficiente. Para que lo veas más claramente, elabora las gráficas con las funciones lineales que resultan del sistema 2×2 del ejemplo 6.

Gráfica 11



AL ESTUDIANTE: ahora vamos a ver casos especiales de sistemas de ecuaciones en los que hay una infinidad de soluciones y en los que no hay solución alguna.

Ejemplo 7. En un puesto de frutas de la Central de Abastos, Lupita compró una papaya que pesó 4 kilos y una sandía de 8 kilos, pagando en total $52. Su comadre Juanita compró una papaya de 2 kilos y una sandía de 4 kilos, por los que pagó $26. ¿Cuánto les costó el kilo de papaya y el kilo de sandía?

Identifica las incógnitas **x** = "____________________" **y** = "_____________________", construye las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema, escríbelas:

________________ (1) ________________ (2)

En las siguientes tablas asigna valores en forma razonada a **x** para que calcules los valores de **y** que son la solución de cada una de las dos ecuaciones.

x										
y										

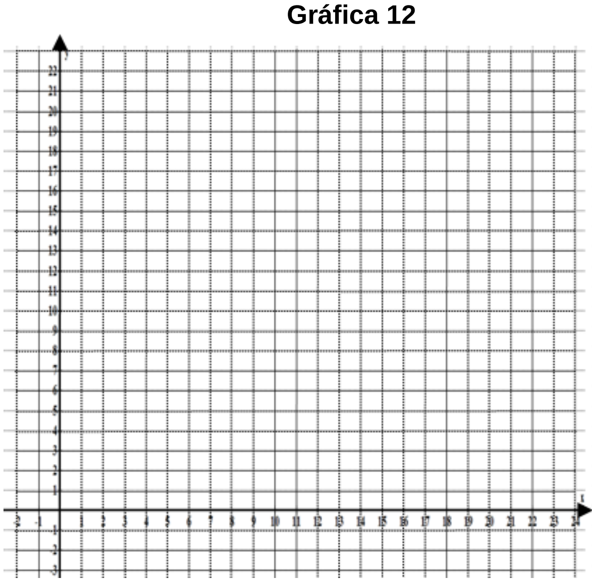
x										
y										

Analiza las tablas y di qué sucede al tratar de hallar la solución del sistema de ecuaciones:

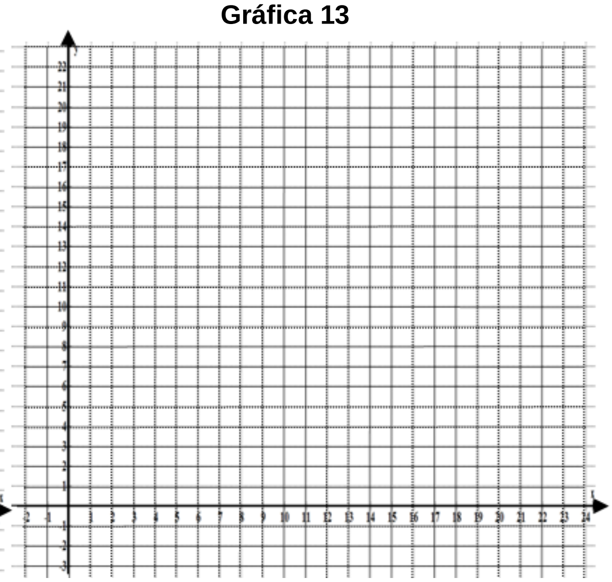
____

Elabora la gráfica de las tablas en la gráfica 12 y en la gráfica 13 la de las funciones lineales; con base en ellas extrae tu conclusión sobre la solución del sistema de ecuaciones.

Gráfica 12



Gráfica 13



Ejemplo 8. Un café internet tiene dos tarifas, una en los días entre semana y otra para los domingos. Minerva fue dos horas entre semana y una hora el domingo y le cobraron $39 en total, mientras que Toño fue cuatro horas entre semana y dos horas en domingo y erróneamente le cobraron $64 en total. ¿Cuánto cuesta la hora entre semana y cuánto cuesta en domingo?
Las incógnitas son **x** = “____________________” **y** = “_____________________”, escribe las dos ecuaciones del sistema que modelan el problema:

________________ (1)   ________________ (2)

Con base en estas ecuaciones completa las siguientes tablas con los valores de **y** que corresponden a cada ecuación.

x	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
y											

x	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
y											

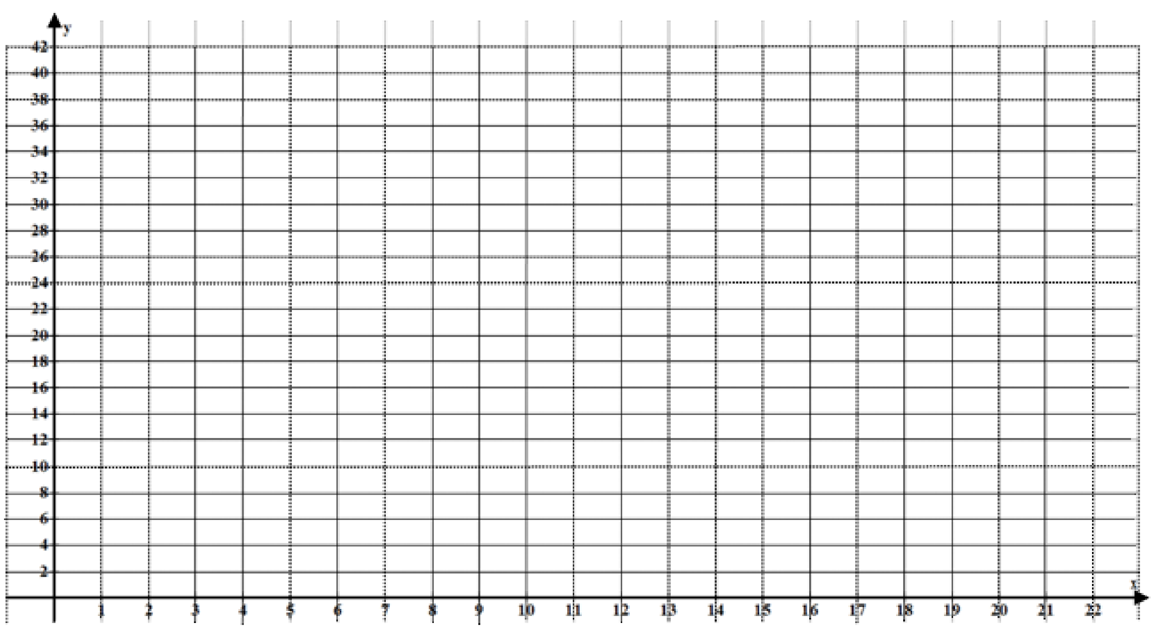
Analiza las tablas y di qué sucede al tratar de hallar la solución del sistema de ecuaciones:

____

Elabora las gráficas de las funciones lineales en la gráfica 14 y con base en ellas extrae tu conclusión sobre la solución del sistema de ecuaciones. ________________________

____.

Gráfica 14



SÍNTESIS

En el transcurso de esta acción podemos distinguir tres casos diferentes:

- El sistema de ecuaciones lineales tiene solución única, como en los ejemplos del uno al seis, situación en que tanto la gráfica del sistema concreto que se está trabajando como la de las funciones lineales abstraídas de ese sistema son gráficas lineales (de puntos o de líneas continuas) que *se cortan en un solo punto* el cual corresponde a la solución del sistema 2×2 que también se puede calcular o aproximar por el método del ensayo y error utilizando tablas.
- El sistema de ecuaciones lineales 2×2 tiene una infinidad de soluciones, lo que se manifiesta cuando las tablas coinciden en todas sus columnas, *superponiéndose las gráficas en una sola línea recta* y el sistema de ecuaciones 2×2 se abstrae en una sola función lineal. Esto se ve en el ejemplo siete.

- El sistema de ecuaciones lineales 2×2 no tiene solución en cuyo caso corresponde a una gráfica de *funciones lineales paralelas*, como ocurre en el ejemplo ocho.

*Cuando el sistema de ecuaciones lineales 2×2 admite solución (ya sea única o bien una infinidad de ellas) se dice que el sistema es **COMPATIBLE**, como en los ejemplos del uno al siete.*

*Cuando el sistema de ecuaciones lineales 2×2 no admite solución, como en el ejemplo ocho, entonces el sistema es **INCOMPATIBLE**.*

*Dos sistemas de ecuaciones lineales 2×2 son **EQUIVALENTES** siempre y cuando uno de ellos se pueda transformar en el otro sistema*, como en los ejemplos que se presentan a continuación:

El caso del ejemplo cinco nos proporciona el sistema

$$4\mathbf{x} + 2\mathbf{y} = 80 \quad (1) \qquad\qquad 2\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 100 \quad (2)$$

Cuando dividimos entre 2 ambas ecuaciones obtenemos un sistema equivalente más sencillo

$$2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 40 \quad (1) \qquad\qquad \mathbf{x} + 2\mathbf{y} = 50 \quad (2)$$

El significado esencial de que un sistema de ecuaciones sea equivalente a otro sistema consiste en que ambos tienen la misma solución. Luego, la búsqueda de un sistema equivalente a otro es con la finalidad de que el nuevo sistema sea más simple y por lo tanto más fácil de encontrar la solución. (Este es el principio general de los métodos algebraicos que se van a desarrollar en la siguiente acción)

El primer sistema ya lo resolviste en el ejemplo 5, donde seguramente viste que **x** = 10 y **y** = 20. Corroboramos la solución en el sistema equivalente, en la ecuación (1) queda ahora 2(10) + 20 = 20 + 20 = 40 y en la ecuación (2) queda 10 + 2(20) = 10 + 40 = 50.

Otro ejemplo de sistemas equivalentes es

$$45\mathbf{x} + 72\mathbf{y} = 96 \quad (1) \qquad\qquad 3\mathbf{x} - 5\mathbf{y} = 12 \quad (2)$$

$$15\mathbf{x} + 24\mathbf{y} = 32 \quad (1) \qquad\qquad 3\mathbf{x} - 5\mathbf{y} = 12 \quad (2)$$

debido a que el segundo sistema se obtiene del primero al dividir la primera ecuación entre 3, o a la inversa, el primer sistema se obtiene del segundo multiplicando la primera ecuación por 3.

Si resolvemos el segundo sistema de ecuaciones, que es más simple que el primero, obtenemos como solución $\mathbf{x} = \frac{64}{21}$ y $\mathbf{y} = -\frac{4}{7}$. Comprueba, en el siguiente espacio, que es solución de los dos sistemas equivalentes.

Como se ve en este ejemplo, para que dos sistemas sean equivalentes basta con que una sola ecuación de un sistema se transforme en una ecuación del otro sistema.

En la siguiente lista de ejercicios hay siete sistemas compatibles y dos incompatibles, también hay dos sistemas equivalentes y otros tres sistemas equivalentes entre sí. Haz lo que se pide a continuación:

Identifica cuáles son compatibles y cuáles son incompatibles; también identifica los que son equivalentes entre sí y en cada caso, si es posible, obtén un sistema equivalente más sencillo. Justifica con resultados y argumentos tus respuestas.

EJERCICIOS

1. $3\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 7$
   $12\mathbf{x} - 6\mathbf{y} = -24$

2. $\mathbf{x} - \mathbf{y} = 2$
   $6\mathbf{x} - 6\mathbf{y} = 12$

3. $3\mathbf{x} – \mathbf{y} = -1$
   $2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 6$

4. $6\mathbf{x} + 10\mathbf{y} = 14$
   $6\mathbf{x} – 3\mathbf{y} = -12$

5. $4\mathbf{x} – 2\mathbf{y} = 10$
   $4\mathbf{x} – 2\mathbf{y} = 0$

6. $9\mathbf{x} + 6\mathbf{y} = 27$
   $3\mathbf{x} + 2\mathbf{y} = 9$

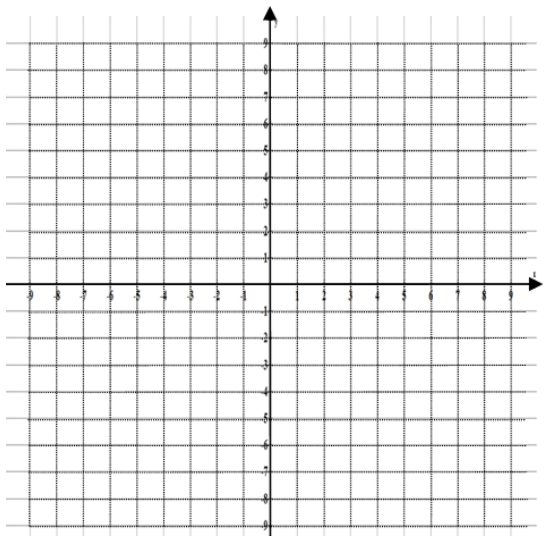
7. $6\mathbf{x} – 2\mathbf{y} = -2$
   $2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 6$

8. $3\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 7$
   $4\mathbf{x} – 2\mathbf{y} = -8$

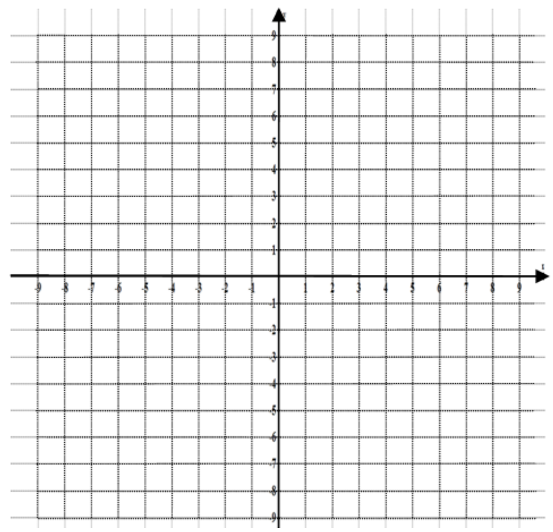
9. $\mathbf{x} - \mathbf{y} = 2$
   $\mathbf{x} - \mathbf{y} = 8$

Grafica las funciones lineales de los sistemas *2×2* de los ejercicios 3 y 9 en las gráficas 15 y 16 respectivamente

Gráfica 15



Gráfica 16



Con base en estas gráficas explica geométricamente tus conclusiones que diste anteriormente acerca de cuál es la solución y clasificación de cada uno de estos dos sistemas *2×2*.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

Grafica las funciones lineales de los sistemas *2×2* de los siguientes ejercicios y determina la solución

1. La suma de las edades de un padre y de su hijo es 39 y su diferencia es 25 ¿Cuál es la edad de cada uno?

2. Entre Manuel y Juan tienen 600 pesos, pero Juan tiene el doble de pesos que Manuel. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

3. María, Juan y su abuelito juegan adivinanzas, toca el turno del abuelo y él dice: Estoy pensando en dos números cuya suma es 191 y su diferencia es 67. ¿Quiénes son esos números?

4. El perímetro de un terreno rectangular es de 70 m. El triple de la base menos el doble de la altura es igual a 30 m ¿Cuánto miden la base y la altura?

He comprado un libro que costaba $262 pesos y para pagarlo he utilizado 80 monedas, unas de $2 y otras de $5. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

FIN DE LA ACCIÓN

ACCIÓN 3

MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Objetivo: el alumno debe conocer y aprender a aplicar los métodos de sustitución, igualación y de suma y resta en la solución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

> **AL ESTUDIANTE:** una vez que has aprendido los significados de los sistemas de ecuaciones ahora se trata de que aprendas los métodos algebraicos de solución para que aproveches su mayor potencialidad en precisión y exactitud.

La estrategia general en los tres métodos de solución que vamos a ver consiste en eliminar una de las incógnitas para *reducir* el sistema de las dos ecuaciones a una sola ecuación lineal con una incógnita. Esto se consigue transformando el sistema original en un sistema equivalente más simple.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

Ejemplo 1. En una escuela de futbol infantil están registrados 85 niños en donde el número de niños es el triple de las niñas más cinco, ¿cuántos niños y cuántas niñas hay en la escuela?

Solución. Sean las incógnitas **x** = "número de niños", **y** = "número de niñas" y con las relaciones entre ambas incógnitas que plantea el problema, el sistema de ecuaciones es:

$$\mathbf{x} = 3\mathbf{y} + 5 \qquad (1)$$
$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = 85 \qquad (2)$$

Para resolver este sistema de ecuaciones sustituimos en la ecuación (2) el valor de **x** establecido en la ecuación (1) y se obtiene la siguiente ecuación lineal en una incógnita:

$$(3\mathbf{y} + 5) + \mathbf{y} = 85$$

Esta ecuación se reduce a $4\mathbf{y} - 80 = 0$, por tanto, la solución es $\mathbf{y} = 20$. Luego, para encontrar el valor de **x** sustituimos en la ecuación (1) el valor de $\mathbf{y} = 20$ y haciendo operaciones llegamos a $\mathbf{x} = 3\mathbf{y} + 5 = 3(20) + 5 = 65$.

Así tenemos que $\mathbf{x} = 65$ y $\mathbf{y} = 20$ es la solución del sistema de ecuaciones. Por tanto, hay inscritos en la escuela de futbol 65 niños y 20 niñas.

Después de encontrar la solución de una ecuación algebraica hay que efectuar su *comprobación* para detectar posibles errores.

La comprobación de la solución de este sistema debemos hacerla en la ecuación (2) porque ya utilizamos la ecuación (1) para obtener el valor de **x**.

Comprobación:

x + **y** = 85	Ecuación (2) original
65 + 20 = 85	Evaluación de los valores de **x** y **y**
85 = 85	Solución correcta

Este ejemplo nos ha mostrado cómo funciona el método de sustitución. Para explicar en general dicho método de solución de un sistema lineal 2×2 establezcamos primero la *forma estándar* de un sistema 2×2:

La forma estándar de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas se da cuando las ecuaciones quedan expresadas del siguiente modo

$$\mathbf{a_1x + b_1y = c_1}$$
$$\mathbf{a_2x + b_2y = c_2}$$

El método de sustitución consiste en:

- Despejar una de las dos variables de cualquiera de las dos ecuaciones.
- Sustituir en la otra ecuación la incógnita despejada, generándose así una ecuación lineal en una incógnita.
- Resolver la ecuación lineal resultante con la metodología de la unidad anterior. De este modo obtenemos el valor de una de las dos incógnitas, que es parte de la solución del sistema.
- Sustituir el valor encontrado en la ecuación donde quedó despejada la otra incógnita (paso uno), haciendo operaciones obtenemos el valor de la segunda incógnita.
- Con esto se encuentra la solución del sistema y se pasa a la comprobación de los resultados.

Apliquemos el método de sustitución con el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2. Resolver el sistema

$$\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 6 \qquad (1)$$
$$5\mathbf{x} - 2\mathbf{y} = 13 \qquad (2)$$

Solución. Lo más práctico es despejar **x** (por tener coeficiente 1) de la ecuación (1)

x + 3**y** = 6	ecuación (1)
x = 6 - 3**y**	despejamos **x**
5(6 - 3**y**) - 2**y** = 13	sustituimos **x** en la ecuación (2)
30 - 15**y** - 2**y** = 13	eliminamos paréntesis de agrupamiento
-17**y** + 17 = 0	reducimos a su mínima expresión
y = 1	encontramos el valor de **y**
x = 6 – 3(1)	sustituimos **y** = 1
x = 3	encontramos el valor de **x**

La solución del sistema es **x** = 3, **y** = 1.

Debido a que ya usamos la ecuación (1) para obtener el valor de **y**, comprobamos la solución en la ecuación (2): sustituyendo **x** = 3, **y** = 1 en 5**x** - 2**y** = 13 se tiene 5(3) – 2(1) = 13, haciendo operaciones llegamos a 13 = 13.

Comprobación:

5**x** - 2**y** = 13	Ecuación (2) original
5(3) – 2(1) = 13	Evaluación de los valores de **x** y **y**
13 = 13	Solución correcta

Ejemplo 3. Resolver el siguiente sistema

$$32\mathbf{x} - 25\mathbf{y} = 13 \qquad (1)$$
$$16\mathbf{x} + 15\mathbf{y} = 1 \qquad (2)$$

Solución. Aquí no ofrece ventaja práctica alguna el elegir entre el despeje de **x** o el de **y** en cualquiera de las dos ecuaciones. Entonces despejemos **x** de la ecuación (1)

32**x** - 25**y** = 13	ecuación (1)
$\mathbf{x} = \frac{25}{32}\mathbf{y} + \frac{13}{32}$	despejamos **x**
$16\left(\frac{13}{32} + \frac{25}{32}\mathbf{y}\right) + 15\mathbf{y} = 1$	sustituimos **x** en la ecuación (2)

$\frac{13}{2}+\frac{25}{2}\mathbf{y}+15\mathbf{y}=1$	eliminamos paréntesis de agrupamiento
$\frac{55}{2}\mathbf{y}+\frac{11}{2}=0$	reducimos a su mínima expresión
$\mathbf{y}=-\frac{1}{5}$	encontramos el valor de **y**
$16\mathbf{x}+15(-\frac{1}{5})=1$	sustituimos el valor de **y** en la ecuación (2)
16**x** – 4 = 0	reducimos a la forma a**x** + b = 0
$\mathbf{x}=-\frac{-4}{16}=\frac{1}{4}$	obtenemos el valor de **x**

La solución del sistema es $\mathbf{x}=\frac{1}{4}$, $\mathbf{y}=-\frac{1}{5}$

Comprobación:

16**x** + 15**y** = 1	Ecuación (2) original
$16(\frac{1}{4})+15(-\frac{1}{5})=1$	Evaluación de los valores de **x** y **y**
4 - 3 = 1	hacemos operaciones
1 = 1	solución correcta

Este método de sustitución resulta ser muy práctico cuando en el sistema 2×2 alguna de las incógnitas ya está despejada en una de las ecuaciones, como ocurrió en el ejemplo 1. Resuelve los siguientes ejemplos usando este método.

Ejemplo 4. Silvia tiene el doble de años de Luís, más 3. Si la edad de Silvia menos la edad de Luis da como resultado 10, ¿cuántos años tiene cada uno?

Las incógnitas son **x** = “edad de Luis”, **y** = “edad de Silvia”. El sistema 2×2 es:

______________ (1)
______________ (2)

Solución.

Comprobación:

Ejemplo 5. En una familia se sabe que entre el abuelo materno y el nieto más pequeño tienen 68 años y que el abuelo es 60 años más grande que su nieto. ¿Cuál es la edad de cada uno de ellos?

El sistema 2×2 es: ______________ (1)
______________ (2)

Solución.

Comprobación:

Ejemplo 6. En un triángulo isósceles, cada uno de los lados iguales mide 6 cm más que la base. Si sabemos que el perímetro del triángulo mide 48 cm. ¿Cuál será la longitud de cada uno de sus lados?
El sistema 2×2 es:
______________ (1)
______________ (2)

Solución.

Comprobación:

Ejemplo 7. Una fábrica de detergentes ofrece un producto líquido en dos grados de concentración. Uno de ellos (producto A) contiene 12% de materia activa y el otro (producto B) 30% de materia activa. ¿Cuántos litros de cada producto deben mezclarse para producir 50 litros con una concentración al 20% de materia activa, solicitada por una lavandería?

El sistema 2×2 es: ______________ (1)
______________ (2)

Solución.

Comprobación

Ejemplo 8. Un arquitecto trabajó el mes pasado para dos compañías constructoras, la primera le pagaba $850 diarios y ante el ofrecimiento de otra compañía en competencia ofreciéndole $1200 al día se cambió de empleo. En su declaración mensual reportó $28300 de salario por los 30 días del mes, ¿cuántos días trabajó para cada compañía?

El sistema 2×2 es: _______________ (1)
_______________ (2)

Solución.

Comprobación:

Ejemplo 9. En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas de ambos animales resultan ser 500 en total, también las patas se cuentan y en total son 1640. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en la granja?

El sistema 2×2 es: _______________ (1)
_______________ (2)

Solución.

Comprobación:

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes ejercicios usando el método de sustitución.

1. $3\mathbf{x} - \mathbf{y} = 1$, $6\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 2$
2. $2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 3$, $5\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 10$
3. $\mathbf{x} + 6\mathbf{y} = 27$, $7\mathbf{x} - 3\mathbf{y} = 9$
4. $3\mathbf{x} - 4\mathbf{y} = 0$, $6\mathbf{x} - 10\mathbf{y} = 14$
5. $2\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 16$, $3\mathbf{x} - 7\mathbf{y} = 24$
6. $2\mathbf{x} - 5\mathbf{y} = 0$, $3\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 0$

MÉTODO DE IGUALACIÓN

Ejemplo 10. Un puesto en La Lagunilla anuncia el gran remate de dos lotes de ropa para jóvenes que acaba de adquirir, uno de pantalones y otro de chamarras. En la plaza del sábado se vendieron 7 pantalones y 4 chamarras con una venta total por un valor de $1,040, en la del domingo fueron vendidos 10 pantalones y 6 chamarras con un total de $1,520. ¿Cuánto costó cada pantalón y cada chamarra?

Solución. Para las variables **x** = "precio de cada pantalón" y **y** = "precio de cada chamarra" el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema es

$$7\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 1040 \qquad (1)$$
$$10\mathbf{x} + 6\mathbf{y} = 1520 \qquad (2)$$

Al despejar la variable **y** en ambas ecuaciones se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{y} = \frac{1040 - 7\mathbf{x}}{4} \quad (1) \qquad\qquad \mathbf{y} = \frac{1520 - 10\mathbf{x}}{6} \quad (2)$$

La solución del sistema debe tener el mismo valor para la incógnita **y**, por lo que, bajo el principio de que ***"dos valores iguales a un tercer valor son iguales entre sí"***, al igualar estas dos ecuaciones se obtiene la siguiente ecuación lineal en una incógnita:

$$\frac{1040 - 7\mathbf{x}}{4} = \frac{1520 - 10\mathbf{x}}{6}$$

Si resuelves esta ecuación te darás cuenta de que la solución es **x** = 80 y si sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones se llega a **y** = 120.

Así tenemos que cada pantalón cuesta $80 y cada chamarra $120.

Comprobación: sustituyendo los valores resultantes de **x** y **y** en la ecuación (1) tenemos que 7(80) + 4(120) = 1040.

Pasemos a explicar en qué consiste este método de igualación:

- Despejar una de las dos incógnitas en cada ecuación del sistema.

- Igualar las dos ecuaciones resultantes de los despejes anteriores y llegar así a una ecuación lineal en una incógnita.

- Resolver con los métodos vistos en la unidad anterior dicha ecuación para llegar al valor de la incógnita no despejada, que es parte de la solución del sistema.

- Sustituir este valor en cualquiera de las dos ecuaciones donde quedó despejada la otra incógnita (paso uno), haciendo operaciones obtenemos el valor de la segunda incógnita.

Con esto ya encontramos la solución del sistema y pasamos a la comprobación de los resultados.

Utilicemos este método de sustitución para resolver los siguientes ejemplos.

Ejemplo 11. En una granja el día de hoy se envasaron 300 litros de leche en 120 botellas de un litro y de 4 litros. ¿Cuántas botellas de cada capacidad se envasaron?

Solución. Las incógnitas son **x** = "número de botellas de a litro" y **y** = "número de botellas de 4 litros"; para construir el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema razonamos así: como en total hay 120 botellas, la ecuación (1) resulta evidente; para la ecuación (2) se consumen **x** litros en las botellas de a litro y 4**y** litros en las otras botellas; así se obtiene la ecuación (2) con los 300 litros embotellados en total.

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = 120 \qquad (1)$$
$$\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 300 \qquad (2)$$

Para el paso uno es más conveniente despejar la incógnita **x** en ambas ecuaciones y se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\mathbf{x} = 120 - \mathbf{y} \quad (1) \qquad\qquad \mathbf{x} = 300 - 4\mathbf{y} \quad (2)$$

De acuerdo con el paso dos, la ecuación lineal en una incógnita es: $120 - \mathbf{y} = 300 - 4\mathbf{y}$. La solución de esta ecuación es $\mathbf{y} = 60$ y por lo tanto $\mathbf{x} = 60$.

Comprobación:

Así pues, se envasó la misma cantidad de botellas de uno y de cuatro litros, o sea 60 botellas de cada capacidad.

¿Por qué resulta más conveniente despejar la incógnita **x** en el paso uno? Explica ampliamente tu respuesta. ____
____

Ejemplo 12. En la granja se tiene un determinado número de jaulas para el encierro de conejos. Si se meten 6 conejos en cada jaula, en la última jaula quedan únicamente 2 conejos, pero si introducen 5 conejos en cada jaula, todas las jaulas quedan llenas y sobran 2 conejos libres. ¿Cuántos conejos y jaulas hay?

Solución. Las incógnitas son **x** = "número de conejos" y **y** = "número de jaulas"; para construir el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema razonemos de la siguiente forma: ¿cuál es la primera condición del problema? ___________________ ____. En términos de la incógnita **y**, ¿cuántas jaulas tienen 6 conejos? ________________, entonces, ¿cuántos conejos hay en estas jaulas? _________________, si a esta cantidad de conejos le sumamos los que quedan en la última jaula, obtenemos la primera ecuación del sistema. Escríbela

_______________ (1)

Razonando de igual manera, para la segunda condición de 5 conejos por jaula, construye la segunda ecuación:

_______________ (2)

Como ya te habrás dado cuenta, el sistema ya quedó listo para proceder a efectuar el segundo paso del método puesto que la incógnita **x** está despejada en ambas ecuaciones. Sigue los pasos que faltan para resolver el sistema de ecuaciones.

Comprobación:

¿Cuántos conejos hay? ________ ¿y cuántas jaulas son? ________.

Ejemplo 13. Un crucero tiene habitaciones sencillas (una cama) y dobles (dos camas). En total son 470 habitaciones y 790 camas. ¿Cuántas habitaciones tiene de cada tipo?

Solución. Identifica las incógnitas **x** = "________________________" y **y** = "___________
__________", construye el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema y resuélvelo con el método de igualación.

_______________ (1)
_______________ (2)

Hay ______ habitaciones sencillas y ______ habitaciones dobles.

Comprobación:

Ejemplo 14. Como regalo de fin de año mi abuelo nos dio \$300 a cada uno de sus nietos y le sobraron \$200, él pensó darnos \$400 a cada uno, pero se dio cuenta de que le faltaban \$300. ¿Cuántos nietos tiene? ¿Cuánto dinero tenía para repartirlo entre sus nietos?

El sistema 2×2 es: ______________ (1)

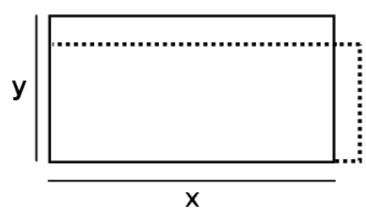
______________ (2)

Solución.

Comprobación:

> **AL ESTUDIANTE:** los siguientes problemas presentan un alto grado de dificultad: el ejemplo 14 es fácil de modelar, pero no en la forma estándar del sistema de ecuaciones, lo cual ocasiona la dificultad en la metodología algebraica para la solución del sistema 2×2; por otro lado, en los ejemplos 15 y 16 la complejidad de la lógica del enunciado demanda un razonamiento muy fino para hacer la modelación. Resolver estos problemas va a dar un gran impulso al desarrollo de tus capacidades intelectuales, por eso este tipo de problemas debes resolverlos tú solo con mucha concentración y sin importar el tiempo que te lleves.

Ejemplo 15. Calcula las dimensiones de un rectángulo tal que, si aumenta la base en 5 metros y disminuye la altura en 5 metros, la superficie no varía, pero si aumenta la base en 5 metros y disminuye la altura en 4 metros, la superficie aumenta en 4 metros cuadrados.



Solución. Con **x** = "medida de la base del rectángulo" y **y** = "medida de la altura", construye el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema:

______________ (1)

______________ (2)

Resuelve el sistema con el método de igualación, comprueba tus resultados y di cuál es la respuesta del problema.

Ejemplo 16. Rodrigo y Fernando estuvieron en el mismo grupo en el año escolar y en el periodo interanual entraron a trabajar cada uno por su cuenta. Al iniciar el nuevo año escolar platican su situación laboral y se dan cuenta de que Rodrigo trabajó 60 días ganando $50 diarios menos que Fernando quién trabajo sólo 40 días. Si en total Rodrigo ganó $2000 más que Fernando, ¿cuál fue el salario diario de cada uno?

Solución. Con **x** = “salario por día de Rodrigo” y **y** = “salario diario de Fernando”, construye el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema:

________________ (1)
________________ (2)

Resuelve el sistema con el método de igualación, comprueba tus resultados y di cuál es la respuesta del problema.

Ejemplo 17. Una reportera de cierto programa de televisión nos preguntó a mi hermana y a mí que cuántos hermanos y hermanas somos en total. Yo le contesté que tengo tantas hermanas como hermanos y ella le dijo que tiene el doble de hermanos que, de hermanas, ante lo cual la reportera quedó desconcertada. ¿Cuántos varones y cuántas mujeres son hermanos en esa familia?

Solución. Con **x** = “número de varones” y **y** = “número de mujeres”, construye el sistema de ecuaciones 2×2 que modela este problema:

________________ (1)
________________ (2)

Resuelve el sistema con el método de igualación, comprueba tus resultados y di cuál es la respuesta del problema.

¿Cómo sacarías de su desconcierto a la reportera? Explícalo en el siguiente espacio.

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes ejercicios usando el método de igualación.

1. $2\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 2$
   $\mathbf{x} - 2\mathbf{y} = 8$

2. $5\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 3$
   $\mathbf{x} + 9\mathbf{y} = 2$

3. $\mathbf{x} - \mathbf{y} = 8$
   $2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 1$

4.	$8\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 3$ $7\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = -7$	5.	$3\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 4$ $2\mathbf{x} - \mathbf{y} = 10$	6.	$2\mathbf{x} - 5\mathbf{y} = 0$ $4\mathbf{x} - 3\mathbf{y} = 21$

MÉTODO DE SUMA Y RESTA

Ejemplo18. Alejandra y Benito se dan cuenta de que el dinero que cada uno tiene cumple con lo siguiente: si Alejandra tuviera los $30 que acaba de gastar en la cafetería tendría el triple de lo que tiene Benito y si Benito gana el volado de $10 que piensa jugar tendrá la mitad de lo que tiene ahora Alejandra, ¿cuánto dinero tienen Alejandra y Benito?

Solución. Las incógnitas son **x** = “dinero que tiene Alejandra” y **y** = “dinero que tiene Benito”, de acuerdo con las condiciones del problema el sistema que lo modela es

$$\mathbf{x} + 30 = 3\mathbf{y} \qquad (1)$$
$$\mathbf{y} + 10 = \frac{\mathbf{x}}{2} \qquad (2)$$

El método de solución de suma y resta necesita que el sistema de ecuaciones quede expresado en su forma estándar, establecida después del ejemplo 1 de esta acción. Pasamos **x** y **y** al lado izquierdo de cada ecuación y después multiplicamos por dos la ecuación (2), quedando la forma estandarizada como se ve abajo:

$$\mathbf{x} - 3\mathbf{y} = -30 \qquad (1)$$
$$-\mathbf{x} + 2\mathbf{y} = -20 \qquad (2)$$

El método consiste en tener una de las variables o incógnitas con el mismo coeficiente pero con el signo contrario en cada ecuación. En este caso procedemos a sumar para cancelar la **x**, como se ve a continuación:

$$\begin{array}{r} \mathbf{x} - 3\mathbf{y} = -30 \\ -\mathbf{x} + 2\mathbf{y} = -20 \\ \hline 0\mathbf{x} - \mathbf{y} = -50 \end{array}$$

Es decir, **y** = 50 es parte de la solución del sistema y sustituyendo este valor en cualquiera de las dos ecuaciones originales calculamos el valor de **x** = 120, que nos da la solución.
Así pues, Alejandra tiene $120 y Benito cuenta con $50. Con esto ya encontramos la solución del sistema y pasamos a la comprobación de los resultados.
Comprobación:

Pasemos a explicar en qué consiste el método de suma y resta:

- Poner el sistema de ecuaciones en la forma estándar.

- Igualar los coeficientes de una de las dos incógnitas en cada ecuación del sistema.

- Los coeficientes que han sido igualados deben tener signos opuestos, si no es así multiplicamos una de las ecuaciones por -1, obteniendo así signos opuestos en el coeficiente que hemos igualado;

- Procedemos a sumar las dos ecuaciones, eliminando la incógnita igualada para llegar así a una ecuación lineal en una incógnita.

- Resolvemos con los métodos vistos en la unidad anterior dicha ecuación para llegar al valor de la incógnita no despejada, que es parte de la solución del sistema.

- Sustituimos este valor en cualquiera de las dos ecuaciones donde quedó despejada la otra incógnita (paso uno), haciendo operaciones obtenemos el valor de la segunda incógnita.

Con esto ya encontramos la solución del sistema y pasamos a la comprobación de los resultados.

Utilicemos este método de sustitución para resolver los siguientes ejemplos.

Ejemplo 19. La diferencia de la base de un rectángulo con su altura es igual a 30 cm mientras que la suma de la base con la altura es igual a 60. ¿Cuál es el área del rectángulo?

Solución. Si **x** = "base del rectángulo" y **y** = "altura", resulta que el sistema de ecuaciones es:

$$\mathbf{x} - \mathbf{y} = 30 \qquad (1)$$
$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = 60 \qquad (2)$$

Los tres primeros pasos del método ya están cumplidos en el sistema 2×2 original. Procedemos entonces a hacer la suma de las ecuaciones para cancelar **y**, como se ve a continuación:

$$\begin{array}{r} \mathbf{x} - \mathbf{y} = 30 \\ \mathbf{x} + \mathbf{y} = 60 \\ \hline 2\mathbf{x} - 0\mathbf{y} = 90 \end{array}$$

De la suma de estas ecuaciones resulta que **x** = 45 y sustituyendo este valor en cualquiera de las dos ecuaciones nos da **y** = 15.
Así que el área del rectángulo es 675 cm^2.

La comprobación es evidente a simple vista.

Ejemplo 20. Una fábrica de detergentes ofrece un producto líquido en dos grados de concentración. Uno de ellos (producto A) contiene 12% de materia activa y el otro (producto B) 30% de materia activa. ¿Cuántos litros de cada uno deben utilizarse para producir 100 litros de una mezcla de ambos con 20% de materia activa, solicitada por una lavandería?

Solución. Las variables son **x** = "litros del producto A en la mezcla de 100 litros" y **y** = "litros del producto B en la misma mezcla"; conforme a las condiciones del problema el sistema 2×2 que lo modela es:

$$\mathbf{x} + \mathbf{y} = 100 \qquad (1)$$
$$0.12\mathbf{x} + 0.30\mathbf{y} = 2 \qquad (2)$$

Si queremos anular la incógnita **x** con el método de suma y resta, podemos multiplicar ambos lados de la ecuación (1) por -0.12. De otra forma, si queremos eliminar la incógnita **y** hay que multiplicar la ecuación (1) por -0.30. Sigamos esta última forma.

$$\begin{array}{r} -0.12\mathbf{x} - 0.12\mathbf{y} = -12 \\ 0.12\mathbf{x} + 0.30\mathbf{y} = 20 \\ \hline 0\mathbf{x} + 0.18\mathbf{y} = 8 \end{array}$$

O sea, $\mathbf{y} = \frac{8}{0.18} = \frac{800}{18} = \frac{400}{9} = 44.44$, que es parte de la solución y sustituyendo este valor en cualquiera de las dos ecuaciones originales, tenemos **x** = 55.56.

Por eso, la solución del problema es que con 55.56 litros del producto A y 44.44 del producto B se consigue el grado de concentración solicitado.

Utilicemos este método de suma y resta para resolver los siguientes ejemplos.
Ejemplo 21. Si dos números se dividen, el primero entre 3 y el segundo entre 4, la suma resulta ser 15, mientras que si se multiplica el primero por 2 y el segundo por 5, la suma es 174. ¿Cuáles son estos números?

Solución. Si **x** es el primer número y **y** es el segundo número, el sistema de ecuaciones resultante es:

$$\frac{\mathbf{x}}{3} + \frac{\mathbf{y}}{4} = 15 \qquad (1)$$

$$2\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 174 \qquad (2)$$

El primer paso del método ya está cumplido en el sistema 2×2 original. Procedemos entonces *a igualar con signos opuestos* (pasos dos y tres) los coeficientes de **x**, para lo cual multiplicamos la ecuación (1) por -6, para luego hacer la suma de las ecuaciones (paso cuatro) quedando:

$$\begin{array}{r} -2\mathbf{x} - \frac{3\mathbf{y}}{2} = -90 \\ 2\mathbf{x} + 5\mathbf{y} = 174 \\ \hline 0\mathbf{x} + \frac{7}{2}\mathbf{y} = 84 \end{array}$$

De la ecuación lineal con una incógnita resultante tenemos que $\mathbf{y} = \frac{168}{7} = 24$ (paso cinco) y sustituyendo este valor en cualquiera de las dos ecuaciones nos da **x** = 9 (paso seis).

Así es que los números buscados son 9 y 24.

Haz la comprobación:

Ejemplo 22. La suma del cuadrado de dos números positivos es 193 y la diferencia de los cuadrados es 95. ¿Cuáles son estos números?

Solución. Si **x** y **y** son los números buscados, el sistema de ecuaciones es:

$$\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 = 193 \qquad (1)$$
$$\mathbf{x}^2 - \mathbf{y}^2 = 95 \qquad (2)$$

Con el método de suma y resta resuelve este problema:

Comprobación:

Ejemplo 23. Calcula dos números que sumen 150, cuya diferencia sea el cuádruple del menor.

Solución: Si **x** y **y** son los números buscados, el sistema de ecuaciones es:

____________ (1)
____________ (2)

Con el método de suma y resta resuelve este problema:

Comprobación:

Ejemplo 24. Dos números suman 51 y si al primero lo dividimos entre 3 y al segundo entre 6 resulta que la diferencia del primer cociente menos el segundo cociente es 1. ¿Cuáles son dichos números?

Solución. Construye el sistema 2×2, resuélvelo con el método de suma y resta y responde la pregunta que se hace

Comprobación:

Ejemplo 25. Una compañía papelera que vende únicamente al mayoreo ha recibido un pedido por 500 cuadernos de dos tipos, uno que cuesta \$8 y el otro \$32. Junto con el pedido está un cheque por \$6640, pero no indican cuántos cuadernos requieren de cada tipo. ¿Cómo debe surtir el pedido la compañía?

Solución. Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

Construye el sistema 2×2, resuélvelo con el método de suma y resta y responde la pregunta que se hace:

Comprobación:

Ejemplo 26. En una granja se crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas de ambos animales resultan ser 500 en total, también las patas se cuentan y en total son 1640. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en la granja?

Incógnitas: **x** = "____________________", **y** = "____________________"

El sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas es:

_____________ (1) _____________ (2)

Resuélvelo por el método de suma y resta y responde la pregunta que se hace.

EJERCICIOS

Resuelve los siguientes ejercicios usando el método de suma y resta, comprobando la solución en cada caso.

1.	$5\mathbf{x} - 2\mathbf{y} = 5$ $3\mathbf{x} + \mathbf{y} = 3$	2.	$2\mathbf{x} + \mathbf{y} = 3$ $7\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 4$	3.	$3\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 4$ $5\mathbf{x} + 2\mathbf{y} = 8$
4.	$4\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = -6$ $3\mathbf{x} - 2\mathbf{y} = 4$	5.	$5\mathbf{x} + 4\mathbf{y} = 1$ $2\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = 2$	6.	$7\mathbf{x} - 8\mathbf{y} = 9$ $4\mathbf{x} + 3\mathbf{y} = -10$

FIN DE LA ACCIÓN

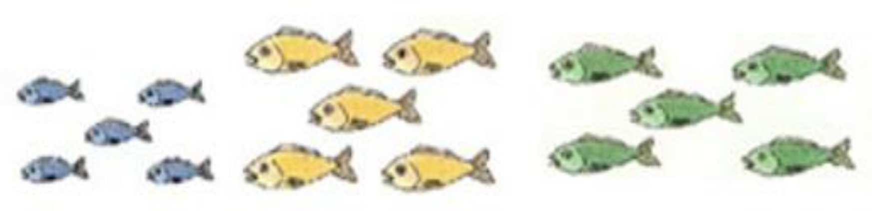
ACCIÓN 4

SISTEMA DE TRES ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS

Objetivo: El estudiante debe aprender a construir el sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas correspondiente a una situación real.

AL ESTUDIANTE: ANTERIORMENTE TRABAJAMOS CON UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS, PERO EXISTEN SITUACIONES EN LAS QUE SE REQUIEREN TRES O MÁS INCÓGNITAS. ENTONCES, SI NECESITAMOS TRES INCÓGNITAS PARA MODELAR UN PROBLEMA, ¿CUÁNTAS ECUACIONES NECESITARÍAMOS? , ¡CORRECTO! TRES ECUACIONES.

Ejemplo 1: Don José vende toda clase de pescados raros. Un buen día recibió un cargamento de tres diferentes tipos de pescados al intentar pesarlos se da cuenta que no sirve su báscula y sólo cuenta con una balanza.



Lo primero que hizo es tratar de conocer el peso de cada uno de estos pescados utilizando el peso de algunos pescados que ya conocía.

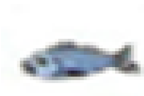
Después de varios intentos logro equilibrar su báscula de la siguiente manera:

Determina ¿Cuáles son las incógnitas del problema?

x = "_______________",   **y** = "_________________"   **z** = "__________________"

Escribe el sistema de ecuaciones correspondiente

Si un conocido de Don José menciona que por experiencia sabe que los pescados tienen los siguientes pesos.

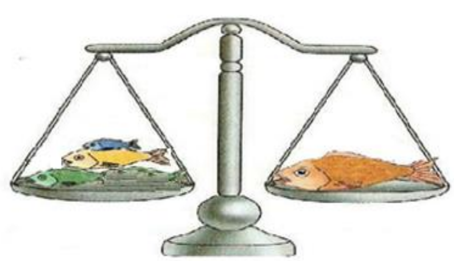


3 kg   5 kg   4 kg

¿Cómo puedes saber si la respuesta es correcta?, Justifica tu respuesta.

Entonces, la solución del problema está dada por:

Ahora imagínate que el primer intento que hizo Don José para equilibrar la balanza (Figura siguiente) tiene dos pescados de cada tipo.



Expresa la ecuación correspondiente a la situación descrita

Entonces escribe el nuevo sistema de ecuaciones.

La solución de este nuevo sistema es la misma o cambia. ____________
Justifica tu respuesta

Y si ahora el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$2x + 2y + 2z = 24$$
$$2x + 3y + z = 25$$
$$3x + 6y + 3z = 51$$

¿Qué fue lo que cambio?, ¿Qué operaciones se realizaron?

¿Tiene la misma solución? Justifica tu respuesta
Dos sistemas de ecuaciones son *equivalentes* si y sólo si tienen el mismo conjunto solución

Ejemplo 2: Un collar tiene 22 piedras preciosas color verde, entre turmalinas, jade y esmeraldas. El doble del número de jades más el triple del número de esmeraldas, es igual al doble de número de turmalinas. Además, el número de turmalinas es el doble de jades. ¿Cuántas piedras preciosas de cada tipo hay?

Solución:
Incógnitas

x = "_______________", y = "_________________" z = "__________________"

Como hay 22 piedras preciosas, tenemos la ecuación ________________________
Con la siguiente información del problema se obtienen las siguientes dos ecuaciones

Entonces el sistema de ecuaciones con tres incógnitas está determinado por:

Escribe un sistema de ecuaciones con tres incógnitas equivalente al anterior.

Si en el collar se encontraron 12 turmalinas, 6 jades y 4 esmeraldas. Verifica que la solución presentada satisface ambos sistemas de ecuaciones.

Ejemplo 3: Una impresora Epson CX3700 utiliza tres cartuchos uno de tinta negra, uno color cyan y uno magenta. En tres diferentes establecimientos manejan las siguientes promociones para mayoristas, diez cartuchos color negro más veinte de cyan más cincuenta de magenta tienen un costo de 1600, en otro establecimiento se tiene que treinta cartuchos negros más la misma cantidad de color cyan tienen un costo de 1200 y finalmente sesenta cartuchos negros más cincuenta cartuchos cyan más la misma cantidad de magenta que de cyan tienen un costo de 3200.

Solución:
Incógnitas

x = "_______________",   y = "_________________"   z = "__________________"

Con la siguiente información del problema se obtienen las siguientes ecuaciones.

Escribe dos sistemas de ecuaciones con tres incógnitas equivalentes al anterior.

FIN DE LA ACCIÓN

ACCIÓN 5

MÉTODO DE SOLUCIÓN PARA
SISTEMA DE TRES ECUACIONES LINEALES CON TRES INCÓGNITAS

Objetivo: el alumno debe conocer y aprender a aplicar los métodos de triangulación en la solución de sistemas de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.

> **AL ESTUDIANTE:** una vez que has aprendido los significados de los sistemas de ecuaciones ahora se trata de que aprendas los métodos algebraicos de solución para que aproveches su mayor potencialidad en precisión y exactitud.

Anteriormente aprendiste a resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2 recuerda que la estrategia general en los métodos de solución que aprendiste consiste en eliminar una de las incógnitas para *reducir* el sistema de tres ecuaciones a una sola ecuación lineal con una incógnita. Esto se consigue transformando el sistema original en un sistema equivalente más simple. Ahora utilizaremos los conocimientos que adquiriste para resolver sistemas de ecuaciones lineales 3x3.

Ejemplo 1: Manuel y su familia realizaron un viaje en barco durante el fin de semana, al finalizar su viaje les entregaron una cuenta con los alimentos ingeridos durante el viaje. La cuenta por cada día ascendió a: viernes: $1157; sábado: $1328; domingo: $982.

En la siguiente tabla se registraron las comidas realizadas por la familia de Manuel.

	Viernes	**Sábado**	**Domingo**
Desayuno	2	2	3
Comida	6	4	1
Cena	3	6	5

Escribe el sistema de ecuaciones correspondiente y determina el costo unitario por cada concepto: desayuno, comida y cena.

Solución:

Incógnitas

x = "_______________",   y = "_________________"   z = "__________________"

Con la información del problema se obtienen las siguientes ecuaciones.

$$2x + 6y + 3z = 1157$$
$$2x + 4y + 6z = 1328$$
$$3x + y + 5z = 982$$

Resolveremos el sistema de ecuaciones lineales 3x3 con el método de suma o resta

$2\boldsymbol{x} + 6\boldsymbol{y} + 3\boldsymbol{z} = 1157$ $2\boldsymbol{x} + 4\boldsymbol{y} + 6\boldsymbol{z} = 1328$	ecuación (1) ecuación (2)
$2y - 3z = -171$	Restamos la ecuación (2) a la ecuación (1) ecuación (4)
$6x + 12y + 18z = 3984$ $6x + 2y + 10z = 1964$ $10y + 8z = 2020$	Multiplicamos la ecuación (2) por 3 y la ecuación (3) por 2 Restamos ambas ecuaciones. ecuación (5)
$10y - 15z = -855$	Multiplicamos la ecuación (4) por 5 ecuación (6)
$23\boldsymbol{z} = 2875$	Restamos la ecuación (6) a la ecuación (5)
$z = \frac{2875}{23}$ $z = 125$	encontramos el valor de **z**
$2y - 3(125) = -171$	sustituimos el valor de **z** en la ecuación (4)
$2y - 204 = 0$	reducimos a la forma a**x** + b = 0
$y = \frac{204}{2}$ $y = 102$	obtenemos el valor de **y**
$2\boldsymbol{x} + 6(\mathbf{102}) + 3(\mathbf{125}) = 1157$	sustituimos el valor de **y** ,**z** en la ecuación (1)
$2\boldsymbol{x} - 170 = 0$	reducimos a la forma a**x** + b = 0
$x = \frac{170}{2}$ $x = 85$	obtenemos el valor de **x**

La solución del sistema es $x = 85$, $y = 102$ y $z = 125$

Comprobación:

$3x + y + 5z = 982$	Ecuación (3) original
$3(85) + 102 + 5(125) = 982$	Evaluación de los valores de **x, y, z**
255+102 + 625 = 982	hacemos operaciones
982= 982	solución correcta

Reflexiona sobre el método que acabamos de utilizar para la solución del sistema de ecuaciones lineales 3x3. Observa que el método es similar al que aplicaste para solucionar sistemas de ecuaciones lineales 2x2 porque estamos obteniendo sistemas de ecuaciones equivalentes donde sucesivamente eliminamos variables y las utilizamos para resolver el sistema original.

Recuerda que los métodos de igualación y sustitución son otros procedimientos mediante los cuales también se obtienen sistemas de ecuaciones equivalentes.

Pon en práctica los aprendizajes adquiridos y realiza los siguientes ejemplos.

Ejemplo 2. Resuelve el siguiente sistema

$$\begin{aligned} x + 2y + z &= 8 \\ -x + 3y - 2z &= 1 \\ 3x + 4y - 7z &= 10 \end{aligned}$$

Solución

Comprobación

Ejemplo 3. *Resuelve el siguiente sistema*

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 13 \\ 2x - 2y + 2z &= -4 \\ 4x + 2y + z &= 31 \end{aligned}$$

Solución

Comprobación

Ejemplo 4. Un comercio surte productos para bebé y compra, 20 cajas de pañales chicos, 40 cajas de pañales medianos y 50 cajas de pañales grandes pagando \$70000 al mes, al mes siguiente compraron 30 cajas de pañales chicos, 20 cajas de pañales medianos y 50 cajas de pañales grandes por un total de \$51520, un mes después compraron, 40 cajas de pañales chicos, 10 cajas de pañales medianos y

70 cajas de pañales grandes con un costo de $45000, si el precio por caja no ha variado en todo ese tiempo que precio tiene cada caja de pañales.

Solución

Comprobación:

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales de 3x3.

1.	$\begin{aligned} 2x+3y+z &= 1 \\ 3x-2y-4z &= -3 \\ 5x-y-z &= 4 \end{aligned}$		6.	$\begin{aligned} 5x-3y-z &= 1 \\ x+4y-6z &= -1 \\ 2x+3y+4z &= 9 \end{aligned}$
2.	$\begin{aligned} 3x+2y+4z &= 1 \\ 5x-y-3z &= -7 \\ 4x+3y+z &= 2 \end{aligned}$		7.	$\begin{aligned} 2x-y+2z &= 6 \\ 3x+2y-z &= 4 \\ 4x+3y-3z &= 1 \end{aligned}$
3.	$\begin{aligned} 3x-2y+4z &= 13 \\ 2x+5y-3z &= -9 \\ 6x+3y+2z &= 7 \end{aligned}$		8.	
4.	$\begin{aligned} 2x+4y+6z &= 18 \\ 4x+5y+6z &= 24 \\ 3x+y-2z &= 4 \end{aligned}$		9.	
5.	$\begin{aligned} 3x+2y+z &= 1 \\ 5x+3y+4z &= 2 \\ x+y-z &= 1 \end{aligned}$		10.	

FIN DE LA ACCIÓN

EXAMEN DE AUTOEVALUACIÓN
TEMA: SISTEMAS DE ECUACIONES 2x2 y 3x3

1. Escribe la ecuación o el sistema de ecuaciones que da solución a los siguientes problemas.

a) Un grupo de jóvenes quiere ir a un concierto de rock. Para ello alquilan un autobús que los lleve desde el colegio. El autobús tiene capacidad para 55 personas y hay cuatro veces más lugares para ir sentado que lugares para ir de pie. ¿Cuál es el número de lugares para ir de pie?

b) Un fabricante produce modelos I y II de bocinas. Durante la producción se requiere del uso de dos máquinas A y B. El número de horas necesarias para la producción de una bocina está indicado en la siguiente tabla:

	Máquina A	Máquina B
Modelo I	2	1
Modelo II	2	3

Si cada máquina puede utilizarse 24 horas por día, ¿cuántas bocinas de cada modelo se producen al día?

2. Resuelve los siguientes sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas.

a)

$$\begin{aligned} 2x + y &= 3 \\ 3x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2\,(x + y) &= 2 - y \\ 3(x + 2y) &= 2 \end{aligned}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de tres ecuaciones con tres incógnitas.

a)

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 1 \\ x - 2y + 2z &= 3 \\ 3x - 2y + z &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x + y - z &= 1 \\ 2x + 2y - 3z &= 1 \\ 4x - 2y - z &= 1 \end{aligned}$$

4. Indica cual es la condición para que dos sistemas sean equivalentes.

5. Indica cual es la condición para que dos sistemas sean indeterminados.
6. El conjunto $(-1,3)$ es solución de la ecuación

$$2x + y = a$$

En ese caso ¿Cuál es el valor de a?

El conjunto (1.6, -4) es solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 2z &= a \\ 5x + 3y + 4z &= b \\ x + y - z &= c \end{aligned}$$

En ese caso ¿Cuál es el valor de a, b y c?

Resuelve el siguiente problema

Juan ha pagado un total de $156 por 24 litros de leche, 6 kg de jamón y 12 litros de aceite de oliva. Calcular el precio de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que 1 litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche.